RAPPORT DE PROJET OS11

SUJET : Tournées de Véhicules

Réalisé par :

David MORA MEZA

Yann Audric NOUBENE SIDJE

1. **Modélisation du modèle mathématique**

A travers les étapes suivantes nous avons proposé un modèle mathématique pour la résolution de ce problème particulier de TSP

* Définition des données :

n : nombre de clients

Pi : profit engendré par la visite d’un client i

Cx : abscisse x d’un nœud ou point

Cy : ordonnées y d’un nœud

W : distance maximal

D : distance d’un point i à j

M : numéro très grand pour les contraintes de sous tours

* Définition des variables

Xij : variable binaire qui est égale à 1 si on quitte d’un point i a un point j, sinon est égale a 0

t : variable de sous tours qui représente le temps (date de début)

* Définition de la fonction objective

La fonction objective maximise le profit lors de la visite des différents clients est la suivante

* Définition des contraintes

Les différentes contraintes auxquelles est soumise cette fonction objective sont :

Le véhicule n’utilise qu’un arc pour partir d’un point i ou point j pour un autre point

(1)

(2)

La contrainte d’initialisation

La contrainte de sous tours

Par la suite à partir du logiciel python nous avons construit de manière aléatoire 5 petits cas d’une dizaine de clients que nous avons résolue de manière optimale et les résultats obtenues obtenue sont récapitulés dans le tableau suivant :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| scenario | Longueur total de la tournée | Profit total | Nombre de clients visités |
| Scenario 1 | 93.3445 | 202 | 8 |
| Scenario 2 | 98.2169 | 105 | 3 |
| Scenario 3 | 99.6238 | 155 | 7 |
| Scenario 4 | 94.8441 | 145 | 5 |
| Scenario 5 | 99.8016 | 182 | 7 |

Ce tableau recense la longueur totale, le nombre de clients visités et le profit total des tournées obtenues.

1. **Définition des différentes heuristiques**

En effet dans la suite de notre projet nous avons défini trois différentes heuristiques  comme heuristique gloutonne à savoir :

**L’heuristique bigest profit** qui elle a pour principal objectifs la maximisation du profit ici on cherchera à aller vers les clients qui nous génère le plus de profit tout en respectant la limite de distance L=100 pour nos petit cas

**L’heuristique plus proche voisin PPV** qui comme son nom l’indique on se déplacera de vers les clients les plus proches les uns des autres et bien évidement de la base

**L’heuristique profit/distance** qui elle nous fait visiter les clients qui ont le meilleur ratio

Apres avoir défini ces différentes heuristiques et implémenté via spyder nous les avons appliqué sur nos 5 petits cas d’une dizaine (10) de clients nous avons trouvé la meilleur solution (maximiser le profit) de chaque cas parmi les 3 heuristiques définis et nous les avons comparé avec les solutions obtenues avec gusek

* Scenario 1

La meilleur solution est issue ici de l’heuristique **plus proche voisin**  avec 8 clients visités un profit de 202 et une distance maximal de 99,8386 tandis que avec gusek elle nous donne 8 clients visités un profit de 202 et une distance maximal de 93.3445

* Scenario 2

La meilleur solution est issue ici de l’heuristique **profit/distance** avec 4 clients visités un profit de 102 et une distance maximal de 99,23 tandis que avec gusek elle nous donne 3 clients visités un profit de 105 et une distance maximal de 98.217

* Scenario 3

La meilleur solution est issue ici de l’heuristique **profit/distance** avec 7 clients visités un profit de 155 et une distance maximal de 94,68 tandis que avec gusek elle nous donne 7 clients visités un profit de 155 et une distance maximal de 99.624

* Scenario 4

La meilleur solution est issue ici de l’heuristique **profit/distance** avec 3 clients visités un profit de 115 et une distance maximal de 93,87 tandis que avec gusek elle nous donne 5 clients visités un profit de 145 et une distance maximal de 94.844

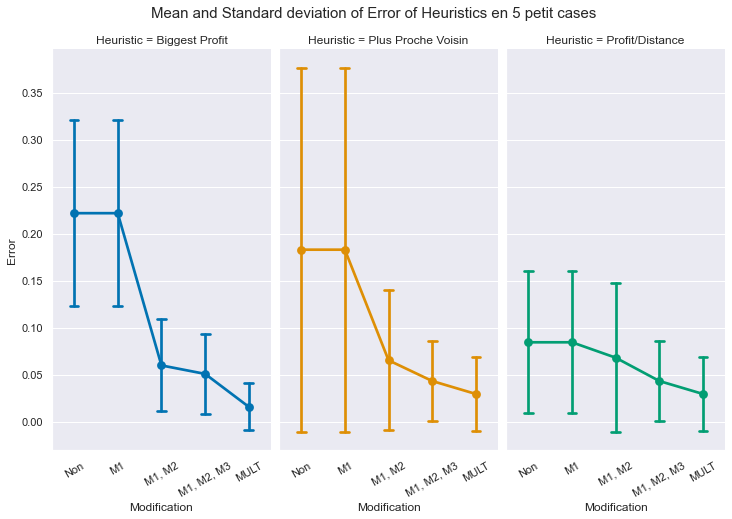
* Scenario 5

La meilleur solution est issue ici de l’heuristique **profit/distance** avec 4 clients visités un profit de 158 et une distance maximal de 77,2194 tandis que avec gusek elle nous donne 7 clients visités un profit de 182 et une distance maximal de 99.802

1. Calcul de l’écart moyen

Nous avons calculé l’erreur moyenne de tous les scenarios et son écart type entre chaque heuristique et la solution optimale de gusek à travers la formule : **(données optimales - données de l’heuristique)/données optimales**.

Et nous avons obtenues les valeurs représentées par le graphe suivant :



Ici nous ne nous intéressons a chaque première partie des graphes (celle qui a pour abscisse **Non**) et nous savons que plus l’erreur est petite plus la solution de l’heuristique se rapproche de la solution optimale de gusek ce qui nous permet donc de voir que **l’heuristique profit/distance** se rapproche beaucoup plus de la solution optimale avec l’écart qui varie entre 0.01 et 0.16

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Scenario** | **Heuristic** | **Modification** | **Distance** | **Profit** | **Profit Gusek** | **Clients Visited** | **Error** | **Nombre Clients Visited** |
| 1 | Biggest Profit | Non | 98,80901 | 164 | 202 | [9, 4, 6, 5, 8] | 0,188119 | 5 |
| 1 | Plus Proche Voisin | Non | 99,83868 | 202 | 202 | [4, 9, 8, 1, 2, 10, 6, 5] | 0 | 8 |
| 1 | Profit/Distance | Non | 87,93019 | 191 | 202 | [4, 9, 6, 5, 1, 2, 8] | 0,054455 | 7 |
| 2 | Biggest Profit | Non | 97,40043 | 96 | 105 | [10, 3] | 0,085714 | 2 |
| 2 | Plus Proche Voisin | Non | 88,96183 | 91 | 105 | [3, 9, 2] | 0,133333 | 3 |
| 2 | Profit/Distance | Non | 99,23496 | 102 | 105 | [3, 2, 9, 5] | 0,028571 | 4 |
| 3 | Biggest Profit | Non | 98,2411 | 95 | 155 | [5, 10, 6, 9] | 0,387097 | 4 |
| 3 | Plus Proche Voisin | Non | 99,62389 | 155 | 155 | [9, 5, 3, 1, 7, 4, 6] | 0 | 7 |
| 3 | Profit/Distance | Non | 94,68456 | 155 | 155 | [5, 3, 1, 4, 7, 6, 9] | 0 | 7 |
| 4 | Biggest Profit | Non | 94,94976 | 108 | 145 | [6, 8, 4] | 0,255172 | 3 |
| 4 | Plus Proche Voisin | Non | 76,66901 | 70 | 145 | [4, 2, 3, 9] | 0,517241 | 4 |
| 4 | Profit/Distance | Non | 93,87101 | 115 | 145 | [3, 4, 2, 8, 9] | 0,206897 | 5 |
| 5 | Biggest Profit | Non | 81,41647 | 147 | 182 | [3, 8, 7, 2] | 0,192308 | 4 |
| 5 | Plus Proche Voisin | Non | 79,56973 | 134 | 182 | [8, 3, 7, 5, 6] | 0,263736 | 5 |
| 5 | Profit/Distance | Non | 77,21948 | 158 | 182 | [8, 3, 7, 5, 2] | 0,131868 | 5 |

Tableau récapitulatif des différents résultats obtenues à l’issu des heuristiques et gusek

Nous constatons donc à la vue de ces données que pour tous les scenarios et quel que soit l’heuristique la solution gusek reste la plus optimale

1. **Réalisation des 5 grands cas**

Ici nous avons appliqué les différents heuristiques sur des grands cas qui comportent 100 clients avec une limite de distance L=250. Nous avons obtenu les résultats présentés par le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Scenario** | **Heuristic** | **Modification** | **Distance** | **Profit** | **Nombre Clients Visited** |
| 6 | Biggest Profit | Non | 248,2913 | 538 | 12 |
| 6 | Plus Proche Voisin | Non | 249,2396 | 1701 | 60 |
| 6 | Profit/Distance | Non | 249,626 | 1827 | 53 |
| 7 | Biggest Profit | Non | 249,197 | 476 | 11 |
| 7 | Plus Proche Voisin | Non | 246,756 | 1525 | 62 |
| 7 | Profit/Distance | Non | 249,9983 | 1487 | 45 |
| 8 | Biggest Profit | Non | 249,5317 | 351 | 8 |
| 8 | Plus Proche Voisin | Non | 243,7164 | 1390 | 55 |
| 8 | Profit/Distance | Non | 249,6017 | 1574 | 47 |
| 9 | Biggest Profit | Non | 248,9931 | 465 | 10 |
| 9 | Plus Proche Voisin | Non | 248,5569 | 1477 | 53 |
| 9 | Profit/Distance | Non | 246,3835 | 1783 | 52 |
| 10 | Biggest Profit | Non | 248,8279 | 558 | 13 |
| 10 | Plus Proche Voisin | Non | 249,1889 | 1582 | 62 |
| 10 | Profit/Distance | Non | 246,7072 | 1564 | 49 |

A travers ce tableau nous constatons qu’au niveau des scenarios 6 8 et 9 la solution optimale est obtenue par l’heuristique profit/distance tandis qu’au niveau des scenarios 7 et 10 elle est obtenue par l’heuristique plus proche voisin

1. **Méthode de recherche locale**

Dans cette partie du projet nous avons effectué une méthode de recherche locale sur les différentes tournées obtenues par les heuristiques afin d’améliorer progressivement chaque tournée obtenu. Cette méthode consistait à tester succinctement trois différentes modifications et de les itérer tant que possible

* Modification M1

La modification M1 consistait à essayer de réduire de réduire au maximum et tant que possible la longueur de la tournée sans changer les clients visités et donc le profit total. A l’issu de cette première modification sur un de nos différents scenario de petit cas, nous avons obtenu les résultats ci-dessous

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Scenario** | **Heuristic** | **Modification** | **Distance** |
| 1 | Biggest Profit | Non | 98,80901 |
| 1 | Biggest Profit | M1 | 83,53257 |
| 1 | Plus Proche Voisin | Non | 99,83868 |
| 1 | Plus Proche Voisin | M1 | 93,34451 |
| 1 | Profit/Distance | Non | 87,93019 |
| 1 | Profit/Distance | M1 | 86,16113 |

Grace à cette première modification appliquée nous constatons bien évidement à travers le tableau ci-dessus la réduction des distances des tournées sur ce scenario de 10 clients pour toutes les heuristiques.

* Modification M2

Elle s’applique à la suite de la modification M1 lorsqu’on réussit à réduire au max les distances des tournées, M2 nous permet d’insérer un client ou des clients dans les tournées dépendamment de la contrainte de limite de distance définie ce qui nous permettrai d’augmenter le profit (objectif du problème). Cette seconde modification sur le même scénario utilisé en M1 nous donne les résultats suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Scenario** | **Heuristic** | **Modification** | **Distance** | **Profit** | **Profit Gusek** | **Nombre Clients Visited** |
| 1 | Biggest Profit | M1 | 83,53257 | 164 | 202 | 5 |
| 1 | Biggest Profit | M1, M2 | 93,26076 | 191 | 202 | 7 |
| 1 | Plus Proche Voisin | M1 | 93,34451 | 202 | 202 | 8 |
| 1 | Plus Proche Voisin | M1, M2 | 93,34451 | 202 | 202 | 8 |
| 1 | Profit/Distance | M1 | 86,16113 | 191 | 202 | 7 |
| 1 | Profit/Distance | M1, M2 | 99,22997 | 202 | 202 | 8 |

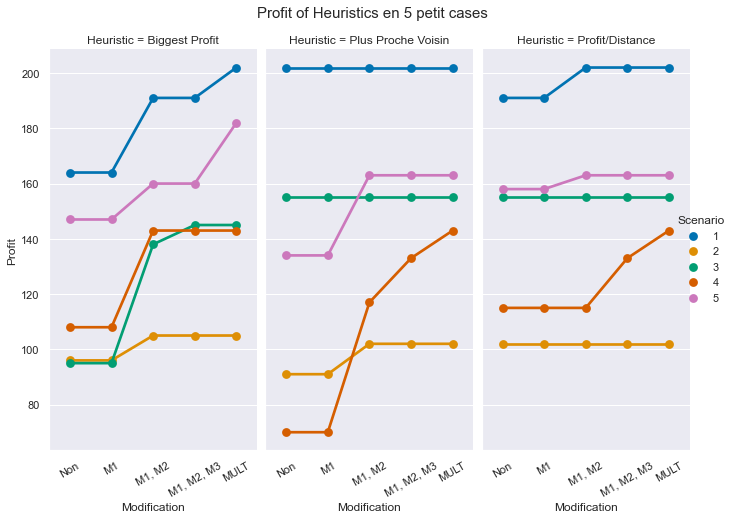
Nous constatons donc à travers ce tableau de résultat l’amélioration du profit et l’insertion de nouveau clients dans la tournée,

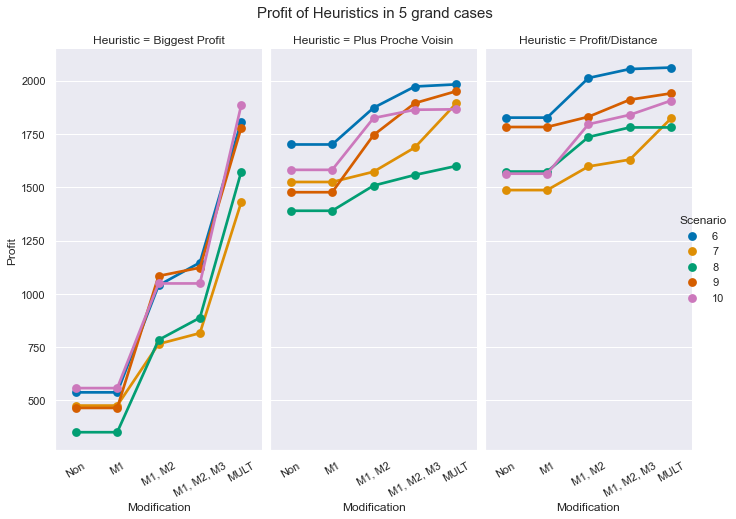
* Modification M3

Elle s’applique à la suite de deux précédentes modifications M1 et M2 et consiste à échanger le statut de deux clients, pour chaque client visité, on regarde si on peut l'enlever de la tournée et le remplacer par un client non visité de profit supérieur tout en respectant la limite de distance définie. Cette troisième modification sur le même scénario utilisé en M1 nous donne les résultats suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Scenario** | **Heuristic** | **Modification** | **Distance** | **Profit** | **Profit Gusek** | **Nombre Clients Visited** |
| 1 | Biggest Profit | M1, M2 | 93,26076 | 191 | 202 | 7 |
| 1 | Biggest Profit | M1, M2, M3 | 93,26076 | 191 | 202 | 7 |
| 1 | Plus Proche Voisin | M1, M2 | 93,34451 | 202 | 202 | 8 |
| 1 | Plus Proche Voisin | M1, M2, M3 | 93,34451 | 202 | 202 | 8 |
| 1 | Profit/Distance | M1, M2 | 99,22997 | 202 | 202 | 8 |
| 1 | Profit/Distance | M1, M2, M3 | 99,22997 | 202 | 202 | 8 |

Pour ce scenario nous constatons que M3 n’apporte pas vraiment d’amélioration quel que soit l’heuristique. Le profit, la distance et le nombre de client visité restent le pratiquement les mêmes

Toute fois dans l’objectif d’une amélioration continue de nos solutions nous avons appliqué la recherche locale plusieurs fois (M1, M2, M3, M1, M2, M3,…) sur les différents scenarios dans chaque heuristique jusqu’à ce qu’on converge vers des valeurs du profit fixe et optimal. Les figures suivantes nous illustrent les améliorations des profits grâce aux itérations de la recherche locale des différents scenarios (petits cas et grand cas) dans chaque heuristique.



Apres l’analyse du graphe d’amélioration des profits des petits cas nous constatons que quel que soit l’heuristique et dans chaque scenario après une recherche locale multiple les profits évoluent et tendant à converger vers une valeur du profit optimal. Au niveau des grands cas nous constatons aussi une amélioration des profits après la recherche locale dans chaque heuristique mais cependant le profit optimal observe varie d’heuristique selon le scenario.